MATEMÁTICA

26. Na última década do século XX, a perda de gelo de uma das maiores geleiras do hemisfério norte foi estimada em 96 km^3. Se 1 cm^3 de gelo tem massa de 0,92 g, a massa de 96 km^3 de gelo, em quilogramas, é

(A) $8{,}832 \cdot 10^{12}$.

(B) $8{,}832 \cdot 10^{13}$.

(C) $8{,}832 \cdot 10^{14}$.

(D) $8{,}832 \cdot 10^{15}$.

(E) $8{,}832 \cdot 10^{16}$.

27. Sendo a e b números reais, considere as afirmações a seguir.

I) Se $a < b$ então $-a > -b$.

II) Se $a > b$ então $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

III) Se $a < b$ então $a^2 < b^2$.

Quais estão corretas?

(A) Apenas I.
(B) Apenas II.
(C) Apenas III.
(D) Apenas I e II.
(E) I, II e III.

28. Considere as igualdades abaixo.

I) $(1-2i)(1+2i)=5$, sendo i a unidade imaginária.

II) $2^0+2^{-1}+2^{-2}+2^{-3}+...=2$

III) $1-2+3-4+5-6+...+99-100=50$

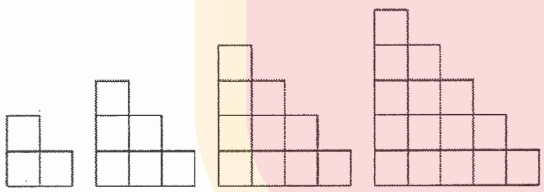
Quais igualdades são verdadeiras?

(A) Apenas I.
(B) Apenas III.
(C) Apenas I e II.
(D) Apenas II e III.
(E) I, II e III.

29. Se $x-y=2$ e $x^2+y^2=8$, então x^3-y^3 é igual a

(A) 12.
(B) 14.
(C) 16.
(D) 18.
(E) 20.

30. Quadrados iguais de lado 1 são justapostos, segundo padrão representado nas figuras das etapas abaixo.



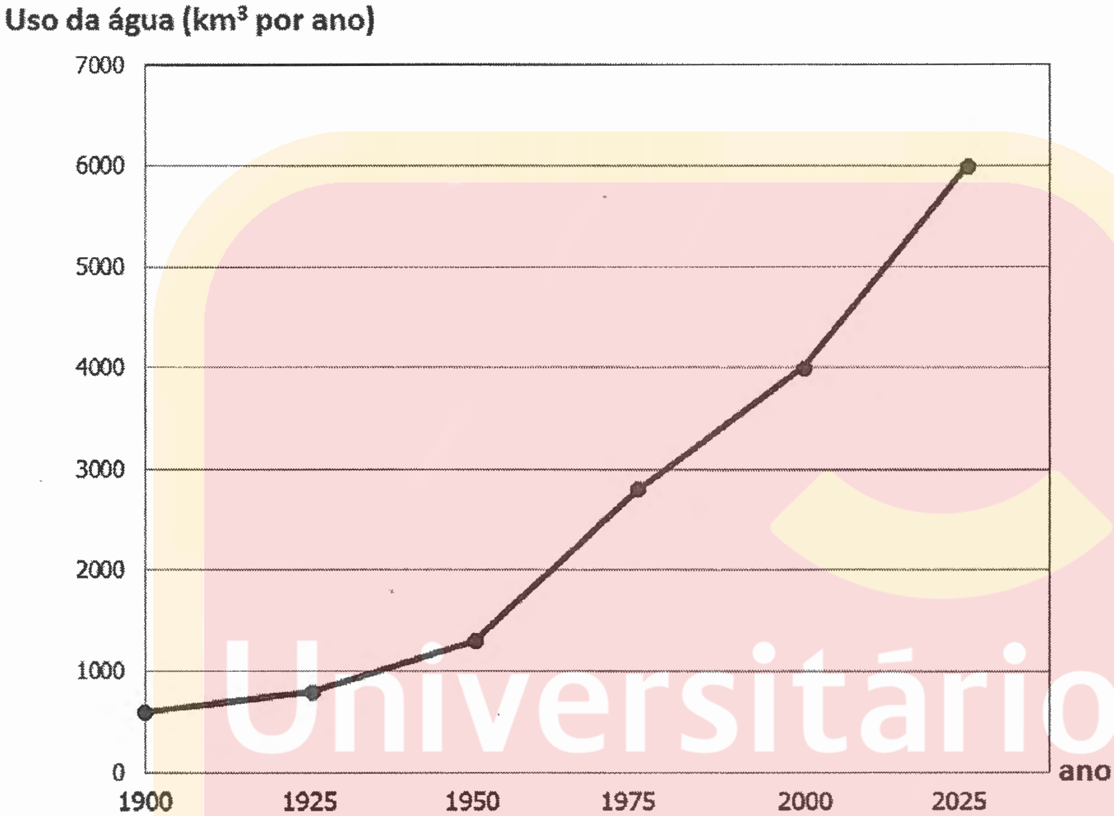
etapa1 etapa 2 etapa 3 etapa 4

Mantido esse padrão de construção, o número de quadrados de lado 1, existentes na figura da etapa 100, é

(A) 1331.
(B) 3050.
(C) 5050.
(D) 5100.
(E) 5151.

31. As estimativas para o uso da água pelo homem, nos anos 1900 e 2000, foram, respectivamente, de 600 km^3 e 4.000 km^3 por ano. Em 2025, a expectativa é que sejam usados 6.000 km^3 por ano de água na Terra.

O gráfico abaixo representa o uso da água em km^3 por ano de 1900 a 2025.



Fonte: http://www.fao.org

Com base nos dados do gráfico, é correto afirmar que,

(A) de 1900 a 1925, o uso de água aumentou em 100%.

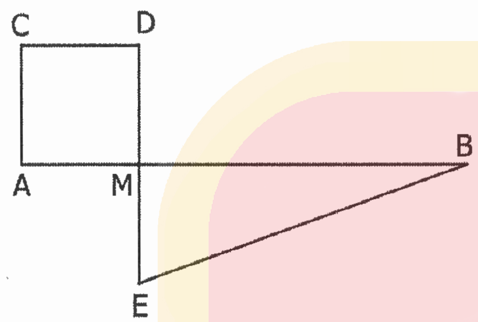
(B) de 1900 a 2000, o uso da água aumentou em mais de 600%.

(C) de 2000 a 2025, mantida a expectativa de uso da água, o aumento será de 66,6%.

(D) de 1900 a 2025, mantida a expectativa de uso da água, o aumento será de 900%.

(E) de 1900 a 2025, mantida a expectativa de uso da água, o aumento será de 1000%.

32. Considere $\overline{AB}$ um segmento de comprimento 10 e M um ponto desse segmento, distinto de A e de B, como na figura abaixo. Em qualquer posição do ponto M, AMDC é quadrado e BME é triângulo retângulo em M.



Tomando x como a medida dos segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{EM}$, para que valor(es) de x as áreas do quadrado AMDC e do triângulo BME são iguais?

(A) 0 e $\frac{10}{3}$.

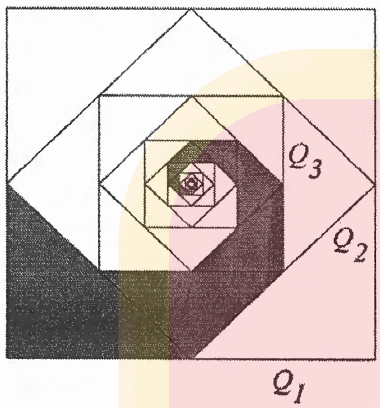
(B) 0, 2 e 3.

(C) $\frac{10}{3}$.

(D) 0, $\frac{10}{3}$ e 10.

(E) 5.

33. Na figura abaixo, encontram-se representados quadrados de maneira que o maior quadrado (Q_1) tem lado 1. O quadrado Q_2 está construído com vértices nos pontos médios dos lados de Q_1; o quadrado Q_3 está construído com vértices nos pontos médios dos lados de Q_2 e, assim, sucessiva e infinitamente.



A soma das áreas da sequência infinita de triângulos sombreados na figura é

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{1}{4}$.

(C) $\frac{1}{8}$.

(D) $\frac{1}{16}$.

(E) $\frac{1}{32}$.

---

34. Se $\log_5 x = 2$ e $\log_{10} y = 4$, então $\log_{20} \frac{y}{x}$ é

(A) 2.
(B) 4.
(C) 6.
(D) 8.
(E) 10.

35. No estudo de uma população de bactérias, identificou-se que o número N de bactérias, t horas após o início do estudo, é dado por $N(t) = 20 \cdot 2^{1,5t}$.

Nessas condições, em quanto tempo a população de mosquitos duplicou?

(A) 15 min.
(B) 20 min.
(C) 30 min.
(D) 40 min.
(E) 45 min.

36. Considere o polinômio p definido por $p(x) = x^2 + 2(n+2)x + 9n$.

Se as raízes de $p(x) = 0$ são iguais, os valores de n são

(A) 1 e 4.
(B) 2 e 3.
(C) -1 e 4.
(D) 2 e 4.
(E) 1 e -4.

37. Dadas as funções f e g, definidas por $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x$, o intervalo tal que $f(x) > g(x)$ é

(A) $\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}, \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

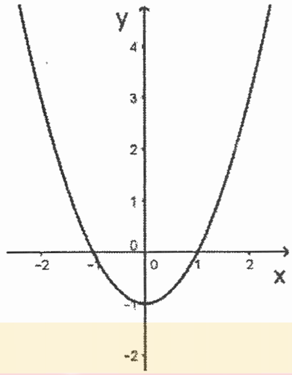
(B) $\left(-\infty, \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$.

(C) $\left(-\infty, \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$.

(D) $\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}, \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

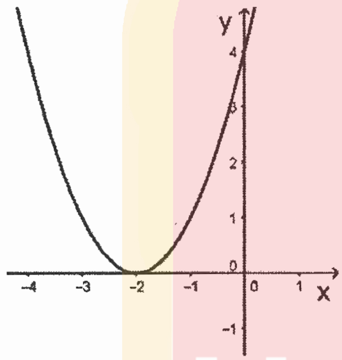
(E) $(-\infty, +\infty)$.

38. Considere a função $y = f(x)$ representada no sistema de coordenadas cartesianas abaixo.

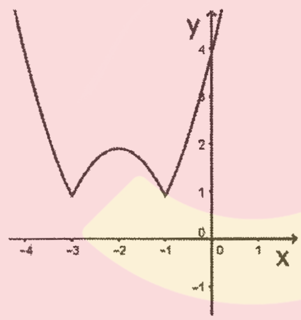


O gráfico que pode representar a função $y = |f(x+2)| + 1$ é

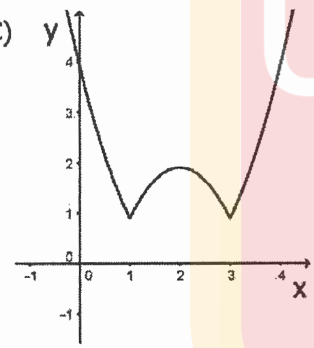
(A)



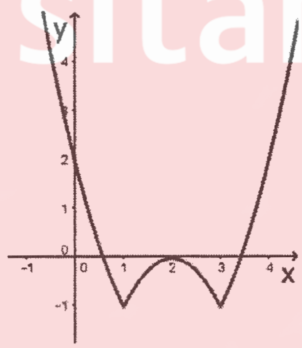
(B)



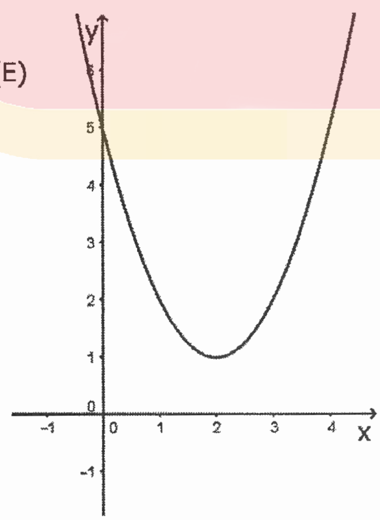
(C)



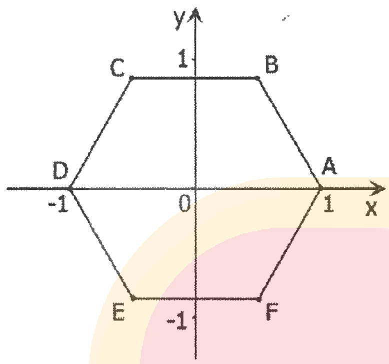
(D)



(E)



39. Os pontos A, B, C, D, E e F determinam um hexágono regular ABCDEF de lado 1, tal que o ponto A tem coordenadas (1,0) e o ponto D tem coordenadas (-1,0), como na figura abaixo.



A equação da reta que passa pelos pontos B e D é

(A) $y = \sqrt{3}x$.

(B) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(C) $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(D) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(E) $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

40. As retas de equações $y = ax$ e $y = -x + b$ interceptam-se em um único ponto cujas coordenadas são estritamente negativas.

Então, pode-se afirmar que

(A) $a>0$ e $b>0$.

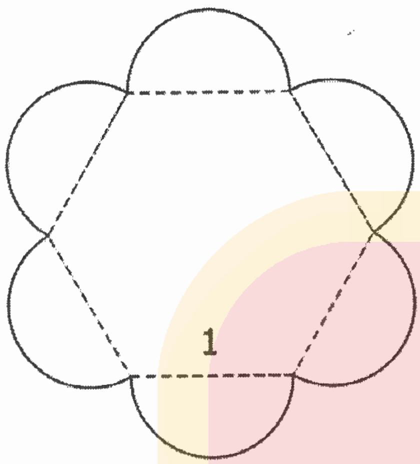
(B) $a<0$ e $b<0$.

(C) $a<-1$ e $b>0$.

(D) $a>0$ e $b<0$.

(E) $a<-1$ e $b<0$.

41. Uma pessoa desenhou uma flor construindo semicírculos sobre os lados de um hexágono regular de lado 1, como na figura abaixo.



A área dessa flor é

(A) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+\frac{\pi}{2})$.

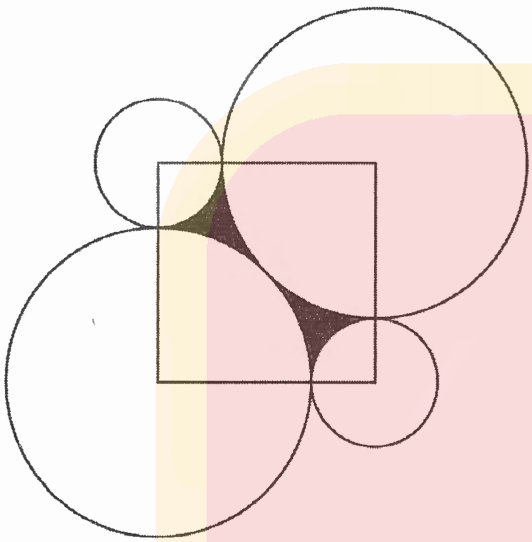
(B) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+\pi)$.

(C) $\frac{3}{4}(\sqrt{3}+\frac{\pi}{2})$.

(D) $\frac{3}{4}(\sqrt{3}+\pi)$.

(E) $\frac{3}{2}(\sqrt{3}+2\pi)$.

42. Considere um quadrado de lado 1. Foram construídos dois círculos de raio R com centros em dois vértices opostos do quadrado e tangentes entre si; dois outros círculos de raio r com centros nos outros dois vértices do quadrado e tangentes aos círculos de raio R, como ilustra a figura abaixo.



A área da região sombreada é

(A) $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right)\pi$.

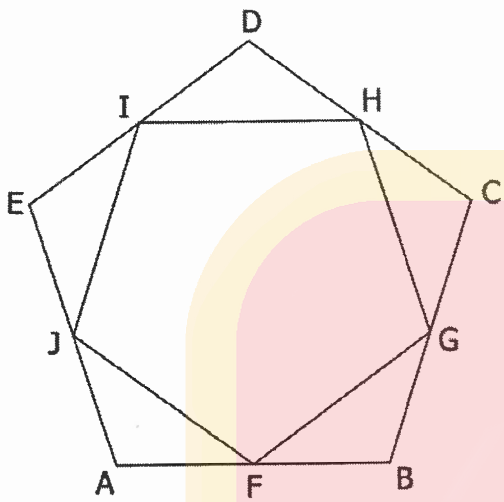
(B) $\left(\sqrt{2}-1\right)\pi$.

(C) $1+\left(\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\right)\pi$.

(D) $1+\left(\sqrt{2}-1\right)\pi$.

(E) $1+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-1\right)\pi$.

43. Considere um pentágono regular ABCDE de lado 1. Tomando os pontos médios de seus lados, constrói-se um pentágono FGHIJ, como na figura abaixo.



A medida do lado do pentágono FGHIJ é

(A) $sen 36^o$.

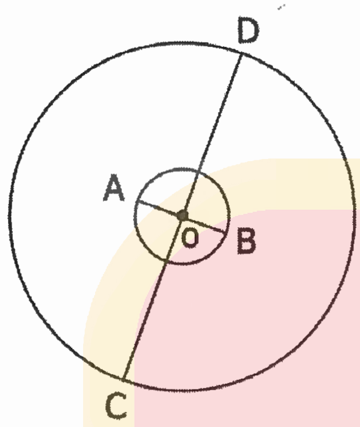
(B) $cos 36^o$.

(C) $\frac{sen 36^o}{2}$.

(D) $\frac{cos 36^o}{2}$.

(E) $2 cos 36^o$.

44. Considere dois círculos concêntricos em um ponto O e de raios distintos; dois segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ perpendiculares em O, como na figura abaixo.



Sabendo que o ângulo $A\hat{D}B$ mede 30° e que o segmento $\overline{AD}$ mede 12, pode-se afirmar que os diâmetros dos círculos medem

(A) $12 sen 15^o$ e $12 cos 15^o$.

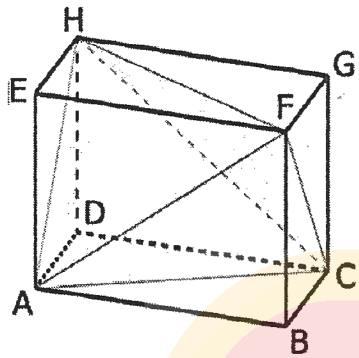
(B) $12 sen 75^o$ e $24 cos 75^o$.

(C) $12 sen 75^o$ e $24 sen 75^o$.

(D) $24 sen 15^o$ e $24 cos 15^o$.

(E) $24 sen 75^o$ e $12 cos 75^o$.

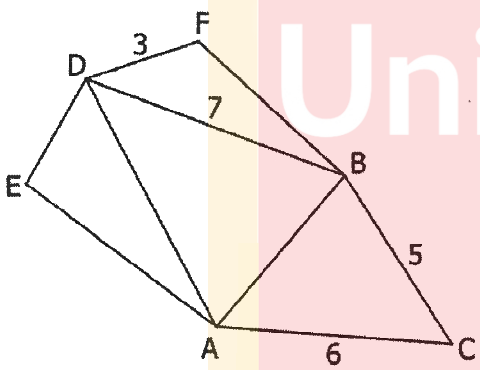
45. Considere ABCDEFGH paralelepípedo reto-retângulo, indicado na figura abaixo, tal que $\overline{AB}=4$, $\overline{AE}=3$ e $\overline{BC}=2$.



O volume do tetraedro AHFC é

(A) 4.
(B) 8.
(C) 12.
(D) 16.
(E) 18.

46. Considere a planificação de um tetraedro, conforme a figura abaixo.

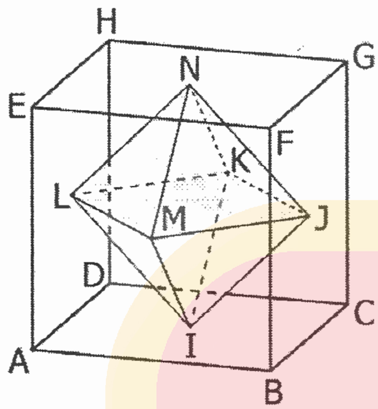


Os triângulos ABC e ABD são isósceles respectivamente em B e D. As medidas dos segmentos $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$ e $\overline{DF}$ estão indicadas na figura.

A soma das medidas de todas as arestas do tetraedro é

(A) 33.
(B) 34.
(C) 43.
(D) 47.
(E) 48.

47. Considere um cubo de aresta a. Os pontos I, J, K, L, M e N são os centros das faces ABCD, BCGF, DCGH, ADHE, ABFE e EFGH, respectivamente, conforme representado na figura abaixo.



O octaedro regular, cujos vértices são os pontos I, J, K, L, M e N, tem aresta medindo

(A) $a\sqrt{3}$.

(B) $a\sqrt{2}$.

(C) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

(D) $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

(E) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

48. Em um triângulo ABC, $B\hat{A}C$ é o maior ângulo e $A\hat{C}B$ é o menor ângulo. A medida do ângulo $B\hat{A}C$ é 70^0 maior que a medida de $A\hat{C}B$. A medida de $B\hat{A}C$ é o dobro da medida de $A\hat{B}C$. Portanto, as medidas dos ângulos são

(A) 20^0, 70^0 e 90^0.

(B) 20^0, 60^0 e 100^0.

(C) 10^0, 70^0 e 100^0.

(D) 30^0, 50^0 e 100^0.

(E) 30^0, 60^0 e 90^0.

49. As figuras abaixo representam dez cartões, distintos apenas pelos números neles escritos.

$\frac{99}{100}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$2\cos 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	π
$\log 13$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\lvert\cos 180^\circ\rvert$

Sorteando aleatoriamente um cartão, a probabilidade de ele conter um número maior do que 1 é

(A) $\frac{1}{5}$.

(B) $\frac{3}{10}$.

(C) $\frac{2}{5}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

(E) $\frac{3}{5}$.

50. Considere um hexágono convexo com vértices A, B, C, D, E e F. Tomando dois vértices ao acaso, a probabilidade de eles serem extremos de uma diagonal do hexágono é

(A) $\frac{1}{5}$.

(B) $\frac{2}{5}$.

(C) $\frac{3}{5}$.

(D) $\frac{4}{5}$.

(E) 1.