

MATEMÁTICA

NESTA PROVA, SERÃO UTILIZADOS OS SEGUINTES SÍMBOLOS E CONCEITOS COM OS RESPECTIVOS SIGNIFICADOS:

N: Conjunto dos números naturais.

R: Conjunto dos números reais.

26. Considere as afirmações sobre números inteiros.

I - Todo número primo é ímpar.

II - Se a é um número múltiplo de 3, então $2a$ é múltiplo de 6.

III- Se a é um número par, então a^2 é um número par.

Quais estão corretas?

- (A) Apenas I.
(B) Apenas II.
(C) Apenas III.
(D) Apenas II e III.
(E) I, II e III.

27. Dados os números complexos $z_1 = (2, -1)$ e $z_2 = (3, x)$, sabe-se que $z_1 \cdot z_2 \in \mathbf{R}$. Então x é igual a

- (A) -6 .
(B) $-\frac{3}{2}$.
(C) 0 .
(D) $\frac{3}{2}$.
(E) 6 .

28. O valor numérico da expressão

$$\left(\frac{1}{2}+1\right) \cdot \left(\frac{1}{3}+1\right) \cdot \left(\frac{1}{4}+1\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{1000}+1\right) \text{ é}$$

- (A) $\frac{1001}{4}$.
(B) $\frac{1001}{3}$.
(C) 500 .
(D) 501 .
(E) $\frac{1001}{2}$.

29. Sendo a e b números reais positivos quaisquer, considere as afirmações abaixo.

I - Se $a > b$ então $a^x > b^x$, para qualquer $x \in \mathbf{R}$.

II - Se $a > b > 1$, então $\frac{1}{a} < \frac{2}{a+b} < \frac{1}{b}$.

III- Se $a > b$, então $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.

Quais estão corretas?

- (A) Apenas I.
- (B) Apenas II.
- (C) Apenas I e III.
- (D) Apenas II e III.
- (E) I, II e III.

30. Considere as seguintes afirmações sobre quaisquer funções f reais de variável real.

I - Se $x \in \mathbf{R}$ e $x > 0$, então $f(x) > 0$.

II - Se $f(x) = 0$, então x é zero da função $f(x)$.

III- Se x_1 e x_2 são números reais, com $x_1 < x_2$, então $f(x_1) < f(x_2)$.

Quais estão corretas?

- (A) Apenas I.
- (B) Apenas II.
- (C) Apenas III.
- (D) Apenas I e II.
- (E) I, II e III.

31. Dadas as funções reais de variável real f e g , definidas por $f(x) = -\log_2(x)$ e $g(x) = x^2 - 4$, pode-se afirmar que $f(x) = g(x)$ é verdadeiro para um valor de x localizado no intervalo

- (A) $[0; 1]$.
- (B) $[1; 2]$.
- (C) $[2; 3]$.
- (D) $[3; 4]$.
- (E) $[4; 5]$.

32. Desde a Grécia Antiga, sabe-se que a soma dos números ímpares consecutivos, a partir do 1, é sempre um quadrado perfeito. Como exemplo, tem-se

$$1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

Então, a soma de todos os números ímpares menores do que 100 é

- (A) 42^2 .
- (B) 49^2 .
- (C) 50^2 .
- (D) 99^2 .
- (E) 100^2 .

33. Considere a função real de variável real $f(x) = 2^{x-1}$. Com relação à $f(x)$, é correto afirmar que

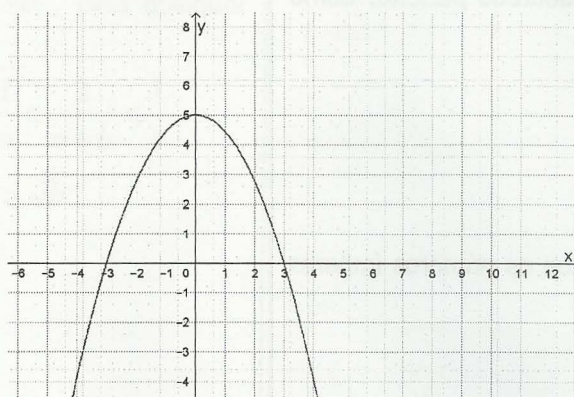
- (A) se $x < 1$, então $f(x) < 0$.
- (B) se $x \geq 1$, então $f(x) \leq 1$.
- (C) a função $f(x)$ é decrescente para $x < 0$ e crescente para $x \geq 0$.
- (D) os valores das imagens de $f(x): A \rightarrow \mathbf{R}$, em que $A = \{x \in \mathbf{N} / x \geq 0\}$, formam uma progressão aritmética.
- (E) os valores das imagens de $f(x): A \rightarrow \mathbf{R}$, em que $A = \{x \in \mathbf{N} / x \geq 0\}$, formam uma progressão geométrica.

34. O valor de

$$E = \log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \dots + \log\left(\frac{999}{1000}\right) \text{ é}$$

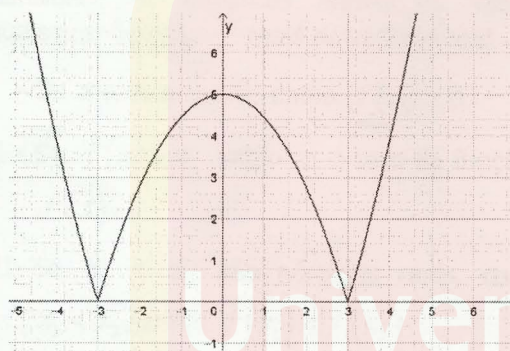
- (A) -3 .
- (B) -2 .
- (C) -1 .
- (D) 0 .
- (E) 1 .

35. O gráfico de $f(x)$ está esboçado na imagem a seguir.

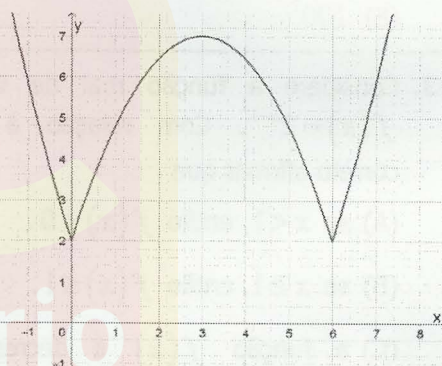


O esboço do gráfico de $|f(x-3)| + 2$ está representado na alternativa

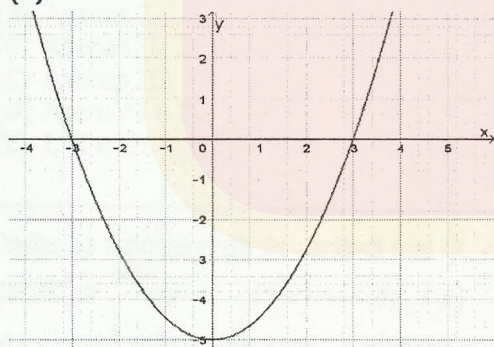
(A)



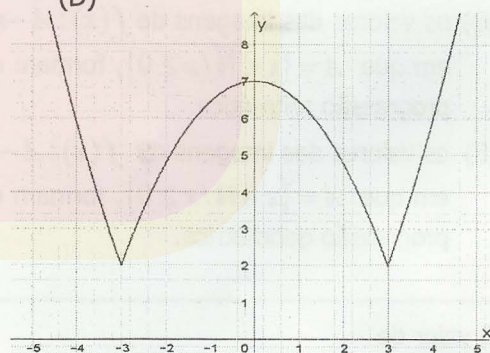
(B)



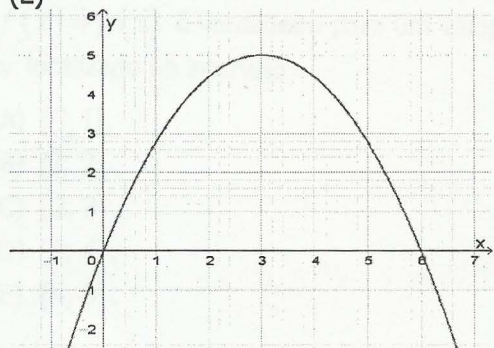
(C)



(D)



(E)



36. A soma dos coeficientes do polinômio

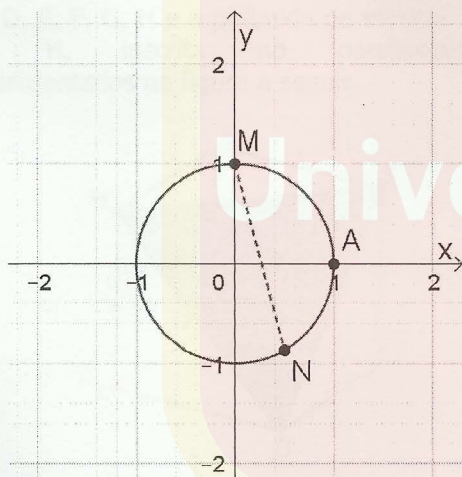
$$P(x) = (1 - x + x^2 - x^3 + x^4)^{1000} \text{ é}$$

- (A) 1.
- (B) 5.
- (C) 100.
- (D) 500.
- (E) 1000.

37. Na circunferência de raio 1, representada na figura a seguir, os pontos M e N são tais que o arco de extremidades A e M mede

$$\frac{\pi}{2} \text{ rad} \text{ e o arco de extremidades } A \text{ e } N$$

$$\text{mede } -\frac{\pi}{3} \text{ rad}.$$



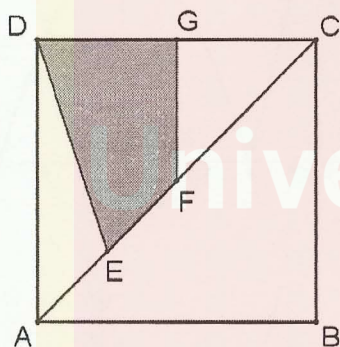
A distância entre os pontos M e N é

- (A) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$.
- (B) $2 - \sqrt{3}$.
- (C) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.
- (D) 1.
- (E) $2 + \sqrt{3}$.

38. Considere a função real de variável real $f(x) = 3 - 5\sin(2x + 4)$. Os valores de máximo, mínimo e o período de $f(x)$ são, respectivamente,

- (A) $-2, 8, \pi$.
- (B) $8, -2, \pi$.
- (C) $\pi, -2, 8$.
- (D) $\pi, 8, -2$.
- (E) $8, \pi, -2$.

39. Considere o quadrado $ABCD$ da figura a seguir, em que G é o ponto médio de $\overline{CD}$, F é o ponto médio de $\overline{AC}$ e $\overline{AE} = \overline{EF} = \frac{\overline{AC}}{4}$.

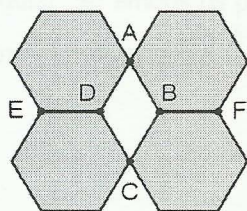


A razão entre a área do quadrilátero $EFGD$ e a área do quadrado $ABCD$ é

- (A) $\frac{1}{4}$.
- (B) $\frac{1}{2}$.
- (C) $\frac{1}{3}$.
- (D) $\frac{2}{3}$.
- (E) 1 .

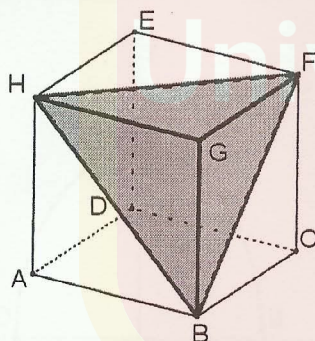
40. Os quatro hexágonos da imagem a seguir são regulares e cada um tem área de 48 cm^2 .

Os vértices do quadrilátero $ABCD$ coincidem com vértices dos hexágonos. Os pontos E , D , B e F são colineares.



A área do quadrilátero $ABCD$, em cm^2 , é

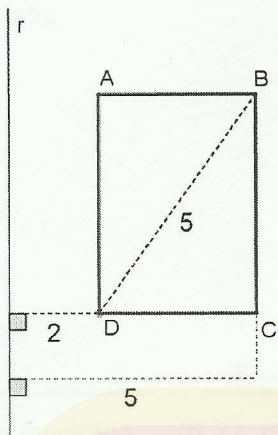
- (A) 8.
 - (B) 10.
 - (C) 16.
 - (D) 24.
 - (E) 36.
41. Considere o paralelepípedo de vértices A , B , C , D , E , F , G , H e a pirâmide de vértices B , F , G , H , inscrita no paralelepípedo, representados na figura a seguir.



A razão entre o volume da pirâmide e o volume do paralelepípedo é

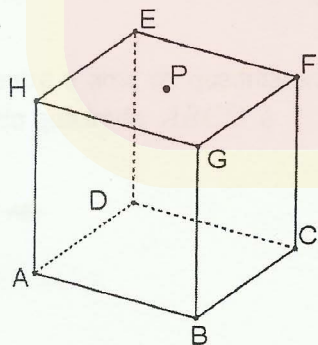
- (A) $\frac{1}{6}$.
- (B) $\frac{1}{5}$.
- (C) $\frac{1}{4}$.
- (D) $\frac{1}{3}$.
- (E) $\frac{1}{2}$.

42. Considere o sólido obtido pela revolução do retângulo $ABCD$ em torno da reta r , conforme indicado na figura a seguir.



O volume do sólido obtido é

- (A) 16π .
 (B) 84.
 (C) 100.
 (D) 84π .
 (E) 100π .
43. Na figura a seguir, está representado um cubo cuja aresta tem 2 cm de medida. O ponto P está localizado no centro da face $EFGH$.



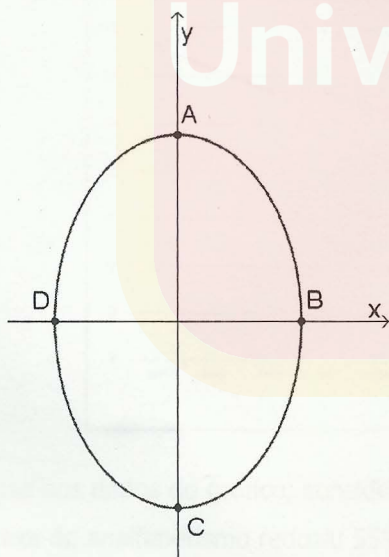
A medida do segmento $\overline{AP}$ é

- (A) $\sqrt{2}$.
 (B) 2.
 (C) $\sqrt{6}$.
 (D) $2\sqrt{3}$.
 (E) 3.

44. Um prisma reto de base hexagonal regular tem a mesma altura de um prisma cuja base é um triângulo equilátero. Considere h a medida da aresta da base do prisma hexagonal e t a medida da aresta da base do prisma triangular. Se ambos os prismas têm o mesmo volume, então a razão $\frac{h}{t}$ vale

- (A) $\frac{1}{\sqrt{6}}$.
- (B) $\frac{1}{6}$.
- (C) 1.
- (D) $\sqrt{6}$.
- (E) 6.

45. A elipse de equação $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ está esboçada na imagem a seguir.



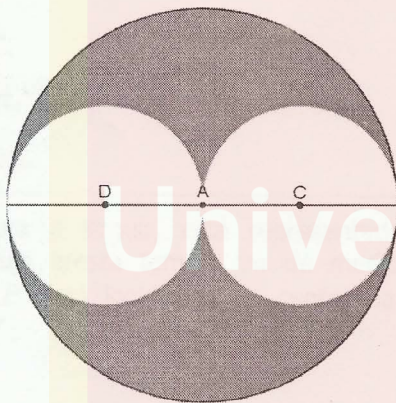
A área do quadrilátero $ABCD$ é

- (A) 4.
- (B) 9.
- (C) 12.
- (D) 24.
- (E) 36.

46. A menor distância entre as circunferências de equação $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ e $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ é

(A) 2.
(B) 5.
(C) $\sqrt{10}$.
(D) $\sqrt{10} + 2$.
(E) $\sqrt{10} - 2$.

47. Considere o alvo mostrado na figura a seguir, construído com três circunferências tangentes duas a duas, com $\overline{DA} = \overline{AC} = 10$ e os pontos D, A e C colineares.



Um dardo é lançado e atinge o alvo. A probabilidade de o dardo atingir a região sombreada é de

(A) $\frac{1}{5}$.
(B) $\frac{1}{4}$.
(C) $\frac{1}{3}$.
(D) $\frac{1}{2}$.
(E) $\frac{2}{3}$.

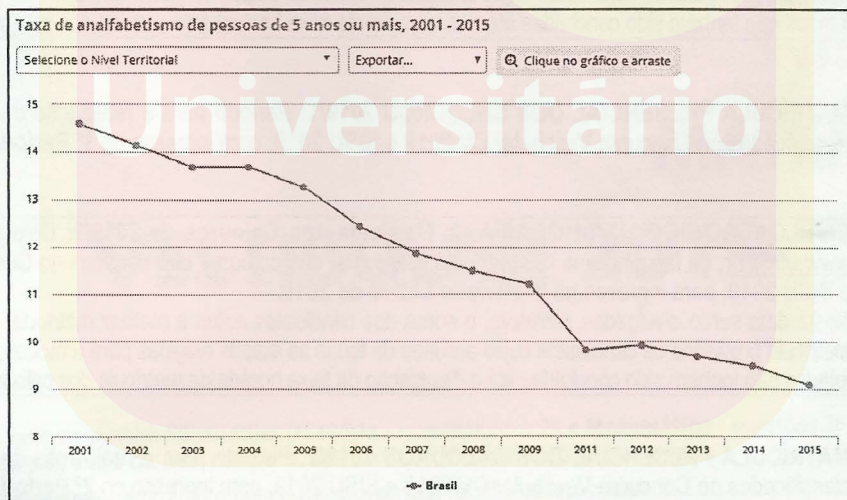
48. Uma caixa contém 32 esferas numeradas de 1 a 32. O número de maneiras distintas de retirar 3 esferas da caixa, ordenadas como primeira, segunda e terceira, em que a esfera com o número 8 seja pelo menos a terceira a ser retirada é

- (A) 27.
- (B) 96.
- (C) 2000.
- (D) 2018.
- (E) 2790.

49. A média aritmética das idades de um grupo de 10 amigos é 22 anos. Ao ingressar mais um amigo nesse grupo, a média aritmética passa a ser de 23 anos. A idade do amigo ingressante no grupo, em anos, é

- (A) 29.
- (B) 30.
- (C) 31.
- (D) 32.
- (E) 33.

50. O gráfico a seguir descreve a taxa de analfabetismo de pessoas de 5 anos ou mais, no período 2001–2015.



Fonte: <www.ibge.gov.br>. Acesso em: set. 2018.

Com base nos dados do gráfico, considere as afirmações a seguir.

- I - A taxa de analfabetismo reduziu 55%, no período representado.
- II - A redução na taxa de analfabetismo entre 2009 e 2011 foi maior do que a redução na taxa de analfabetismo entre 2012 e 2015.
- III- O número de pessoas analfabetas entre 2002 e 2015 foi, em cada ano, menor do que o ano anterior.

Quais estão corretas?

- (A) Apenas I.
- (B) Apenas II.
- (C) Apenas III.
- (D) Apenas I e II.
- (E) I, II e III.