MATEMÁTICA

NESTA PROVA, SERÃO UTILIZADOS OS SEGUINTES SÍMBOLOS E CONCEITOS COM OS RESPECTIVOS SIGNIFICADOS:

$|z|$: módulo do número complexo z.

$log\ (x)$: logaritmo de x na base 10.

$C_{n,p}$: combinação de "n" elementos tomados "p" a "p".

46. O valor de

$$\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\dots\cdot\left(1+\frac{1}{99}\right)\right]^2$$ é

(A) múltiplo de 4.
(B) múltiplo de 5.
(C) múltiplo de 6.
(D) múltiplo de 7.
(E) múltiplo de 8.

---

47. Considere as seguintes afirmações sobre números e suas operações.

I. $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\cdots > 2+\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\frac{2}{27}\cdots$.

II. $\sqrt{\sqrt{7+10}} < \sqrt{\sqrt{7}+\sqrt{10}}$.

III. $6\cdot 5^{10} < 5\cdot 6^{10}$.

Quais estão corretas?

(A) Apenas I.
(B) Apenas II.
(C) Apenas I e III.
(D) Apenas II e III.
(E) I, II e III.

48. Se a e b são as raízes da equação $x^2 + 2x - 15 = 0$, então o valor de $(ab)^{a+b}$ é

(A) -225.

(B) $-\frac{1}{225}$.

(C) -30.

(D) $\frac{1}{225}$.

(E) 225.

---

49. Considere as seguintes afirmações sobre números complexos.

I. O módulo de $z = 3 + 4i$ é $|z| = 5$.

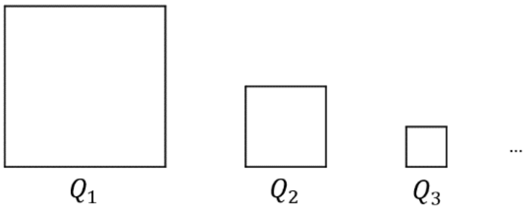
II. Se $u = 1 + i$ e $v = 1 - i$, então $|u \cdot v| = |u| \cdot |v|$.

III. Para que $w = (x - 3) + (x + 4)i$ seja um número real, é necessário e suficiente que $x = 3$.

Quais estão corretas?

(A) Apenas I.
(B) Apenas III.
(C) Apenas I e II.
(D) Apenas II e III.
(E) I, II e III.

50. A figura abaixo mostra o início de uma sequência infinita de quadrados. A medida dos lados dos quadrados Q_1 , Q_2 e Q_3 são, respectivamente, $log\ (2)$, $log\ (\sqrt{2})$ e $log\ (\sqrt[4]{2})$.



A soma das áreas dessa sequência infinita de quadrados é

(A) $\frac{1}{3} \cdot [\ log\ (2)]^2$.

(B) $\frac{4}{3} \cdot [\ log\ (2)]^2$.

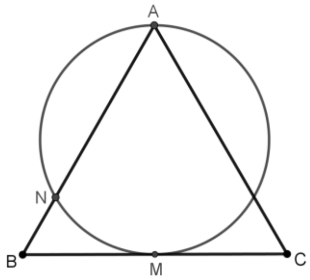
(C) $\frac{2}{3} \cdot [\ log\ (2)]^2$.

(D) $log\ (2 + \sqrt{2} + \sqrt[4]{2})$.

(E) $log\ (2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2})$.

---

51. Na figura abaixo, o triângulo ABC é equilátero de lado $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



Sabendo que $\overline{AM}$ é altura do triângulo e diâmetro do círculo, a medida de $\overline{AN}$ é

(A) $3\sqrt{3}$.

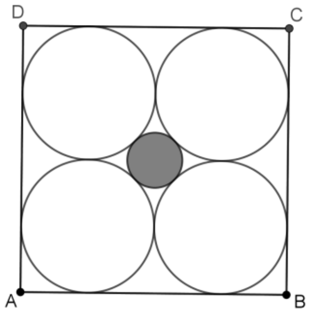
(B) $\sqrt{3}$.

(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(D) 2.

(E) 1.

52. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado 4. Os quatro círculos maiores são tangentes aos lados do quadrado e tangentes entre si. O círculo menor sombreado tangencia os círculos maiores.



A área do círculo sombreado é

(A) $\pi(3 - 2\sqrt{2})$.

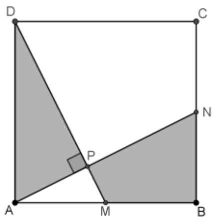
(B) $2\pi(3 - \sqrt{2})$.

(C) $2\pi(3 - 2\sqrt{2})$.

(D) $4\pi(3 - \sqrt{2})$.

(E) $4\pi(3 - 2\sqrt{2})$.

53. Na figura abaixo, ABCD é um quadrado de lado 1; M e N são pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, respectivamente, e P é o ponto de interseção dos segmentos $\overline{DM}$ e $\overline{AN}$.



Sabendo que o ângulo APD é reto, a área da região sombreada é

(A) $\frac{1}{3}$.

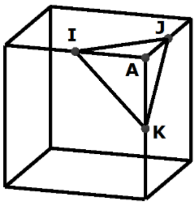
(B) $\frac{2}{3}$.

(C) $\frac{1}{5}$.

(D) $\frac{2}{5}$.

(E) $\frac{3}{5}$.

54. De cada vértice de um cubo de aresta medindo a, corta-se uma pirâmide. A figura abaixo mostra os vértices de uma das pirâmides, em que I, J e K são pontos médios de arestas e A é vértice do cubo.



Depois de retiradas todas as pirâmides, o volume do sólido que resta é

(A) $\frac{a^3}{2}$.

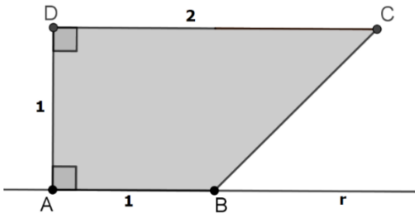
(B) $\frac{a^3}{3}$.

(C) $\frac{a^3}{6}$.

(D) $\frac{2a^3}{3}$.

(E) $\frac{5a^3}{6}$.

55. Considere o quadrilátero ABCD abaixo e a reta r que passa pelos pontos A e B. As medidas dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$ são iguais a 1, e a medida do lado $\overline{DC}$ é igual a 2.



O volume do sólido gerado pela rotação do quadrilátero ABCD em torno da reta r é

(A) $\frac{\pi}{3}$.

(B) $\frac{2\pi}{3}$.

(C) $\frac{5\pi}{3}$.

(D) $\frac{\pi}{2}$.

(E) π.

56. Considere as funções reais f, g e h definidas por $f(x) = 2x$, $g(x) = -\frac{x}{2}$ e $h(x) = \sqrt{4 - x^2}$. A área da região compreendida entre os gráficos das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ é

(A) $\frac{\pi}{4}$.

(B) $\frac{\pi}{2}$.

(C) π.

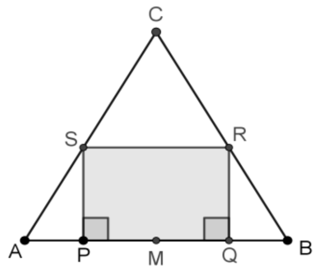
(D) 2π.

(E) 4π.

---

57. Considere o triângulo equilátero ABC de lado 6. Sejam M o ponto médio do lado $\overline{AB}$ e P um ponto sobre o segmento $\overline{AM}$. Considerando que M é também ponto médio de $\overline{PQ}$, determina-se o retângulo PQRS, com vértices R e S nos lados $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ respectivamente, como mostra a figura abaixo.

Tomando x como a medida do segmento $\overline{AP}$, considere $A(x)$ a função que expressa a área do retângulo PQRS em função de x.



Entre as alternativas abaixo, para $x \in [0,3]$, $A(x)$ é

(A) $A(x) = x\sqrt{3} \cdot (6 - 2x)$.

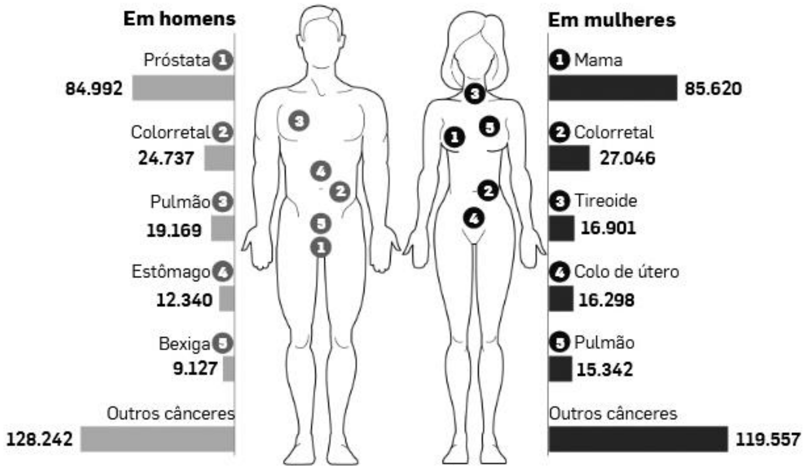
(B) $A(x) = 2x\sqrt{3} \cdot (6 - 2x)$.

(C) $A(x) = x\sqrt{3} \cdot (3 - 2x)$.

(D) $A(x) = x\sqrt{3} \cdot (3 - x)$.

(E) $A(x) = 2x\sqrt{3} \cdot (6 + 2x)$.

58. O infográfico abaixo representa o número de novos casos de câncer, no Brasil, em homens e mulheres.



Adaptado de: <https://socgastro.org.br/>. Acesso em: 11 set. 2023.

Com base nos dados representados no infográfico, considere as seguintes afirmações.

I. Em mulheres, o número de casos de câncer de pulmão corresponde a menos de 20% do número de casos de câncer de mama.

II. Em homens, o número de casos de câncer de bexiga corresponde a menos de 10% do número de casos de câncer de próstata.

III. Em homens, o número de casos de câncer de pulmão supera em mais de 30% o número de casos de câncer de pulmão em mulheres.

Quais estão corretas?

(A) Apenas I.
(B) Apenas II.
(C) Apenas III.
(D) Apenas I e II.
(E) I, II e III.

59. Um time de futebol de salão dispõe de vinte jogadoras de futebol, entre as quais apenas Antônia, Maria e Eduarda são goleiras. O número de times possíveis, com cinco jogadoras, em que apenas a goleira joga em uma posição fixa, é

(A) $C_{17,4}$.
(B) $C_{20,4}$.
(C) $C_{20,5}$.
(D) $C_{3,1} + C_{17,4}$.
(E) $C_{3,1} \cdot C_{17,4}$.

60. Considere uma moeda não viciada tendo uma face cara e uma face coroa. Ao lançar essa moeda cinco vezes, a probabilidade de se obter pelo menos três faces coroa é

(A) $\frac{1}{8}$.
(B) $\frac{1}{6}$.
(C) $\frac{1}{5}$.
(D) $\frac{1}{4}$.
(E) $\frac{1}{2}$.